

Предлагаемый способ довольно трудоемкий и требует проведения достаточно большого количества испытаний на различных режимах, при этом могут возникнуть трудности обеспечения режима развитых автоколебаний при расходах, близких к номинальному.

Полученные в работе зависимости по оценке параметров кавитационных каверн и их влияния на изменение напора насоса целесообразно применять при расчетах гидродинамической нестационарности и работы насоса на неустановленном режиме, обусловленном кавитационными автоколебаниями, а также для анализа динамики гидросистем высокоэнергетических установок.

Библиографические ссылки

1. Краева Е. М. Высокооборотные центробежные насосные агрегаты : монография / Е. М. Краева ; Сиб. гос. аэрокосмич. ун-т. Красноярск, 2011.

2. Беляев Е. Н., Черваков В. В. Математическое моделирование ЖРД. М. : МАИ-ПРИНТ, 2009.

3. Чебаевский В. Ф., Петров В. И. Кавитация в высокооборотных лопастных насосах. М. : Машиностроение, 1982.

4. Кнэпп Р., Дейли Дж., Хэммит Ф. Кавитация. М. : Мир, 1974.

5. Козелков В. П., Ефимочкин А. Ф. Механизм кавитации центробежного насоса на неустановившихся режимах // Гидродинамика лопаточных машин и общая механика : сб. науч. тр. Воронеж : Изд-во ВПИ, 1972. Вып. 1. С. 17–19.

6. Пилипенко В. В., Задонцев В. А., Натанзон М. С. Кавитационные автоколебания и динамика гидросистем. М. : Машиностроение, 1977.

7. Калинин В. М., Шерстянников В. А. Динамика кавитационных срывов напора шнекоцентробежных насосов при импульсных возмущениях на входе // Кавитационные автоколебания в насосных системах. Ч. 1. Киев : Наукова думка, 1976. С. 135–143.

M. V. Krayev

HYDRODYNAMIC INSTABILITY AT CAVITATIONAL OPERATING MODES OF HIGH-SPEED PUMPS

The author considers a cavitation phenomena at a flow of shovels of a high-speed centrifugal wheel of the pump unit of the liquid rocket engine. On the basis of the received pictures on visualization of currents, the form, volumes and dynamics of growth of cavitation cavities in a flowing part of the driving wheel, are specified.

Keywords: liquid rocket engine, turbine driven pump, propulsion system, cavitation cavities, high-speed pump unit.

© Краев М. В., 2012

УДК 621.396.933

В. Н. Тяпкин, Д. Д. Дмитриев, Т. Г. Мошкина

ПОТЕНЦИАЛЬНАЯ ПОМЕХОУСТОЙЧИВОСТЬ НАВИГАЦИОННОЙ АППАРАТУРЫ ПОТРЕБИТЕЛЕЙ СПУТНИКОВЫХ РАДИОНАВИГАЦИОННЫХ СИСТЕМ

Рассмотрена потенциальная помехоустойчивость навигационной аппаратуры потребителя спутниковых радионавигационных систем, приведены результаты экспериментальных исследований помехоустойчивости. Приведен вариант фазированной антенной решетки с направленными антеннами.

Ключевые слова: навигационная аппаратура потребителей, спутниковые радионавигационные системы, помехоустойчивость.

В настоящее время все большее применение в вооружении и военной технике находят средства оперативной топографической привязки и ориентирования. В этой связи особый интерес для решения этих задач представляет использование навигационной аппаратуры потребителя (НАП) спутниковых радионавигационных систем (СРНС) ГЛОНАСС и/или GPS.

НАП СРНС, как и любая другая радиоаппаратура, подвержена воздействию радиопомех естественного и искусственного происхождения. Помехи, спектр

которых находится в полосе частот спутниковых сигналов, воздействуют непосредственно на основной тракт обработки навигационного сигнала (обнаружитель, следающие системы) и на характеристики режимов обнаружения и слежения за параметрами сигнала.

Под помехоустойчивостью приемника понимают его способность работать в условиях воздействия внешних помех. В качестве характеристики помехоустойчивости принимается граничное (наибольшее) значение отношения мощности помехового сигнала

к мощности полезного сигнала $K_{\Pi} = P_{\Pi} / P_C$, при котором система еще может решать целевую задачу (в рассматриваемом случае – выполнять навигационно-временные определения) с заданными характеристиками. Здесь P_C – мощность полезного сигнала, P_{Π} – мощность помехи в полосе частот полезного сигнала.

Помехоустойчивость современной НАП, в которой осуществляется слежение за задержкой и фазой сигнала, определяется помехоустойчивостью системы слежения за фазой и составляет 34...36 дБ для динамичных потребителей ($\sigma_a \geq 4g$) и 38...40 дБ для слабо динамичных потребителей ($\sigma_a \leq 0,5g$) [1].

Приведенные значения потенциальной помехоустойчивости подтверждаются результатами многих экспериментальных исследований [2]. Приведем результаты некоторых из них.

В период с 22 по 27 сентября 2008 г. на полигоне ФГУ «ФГНИИЦ РЭБ ОЭСЗ», г. Воронеж, были проведены испытания НАП СРНС с целью оценки соответствия характеристик приемных устройств требованиям по радиоэлектронной защите.

Испытанию подвергались следующие образцы НАП: ГРОТ-Н (14Ц820), БРИЗ-КМ-И (14Ц853), МРК-32Р, FAG-50, МРК-32К, МРК-33.

Условия проведения натурных испытаний: НАП использовала для решения навигационной задачи частотный диапазон L_1 , код СТ, период накопления $T = 1$ с. Испытания проводились одновременно для всех типов испытываемых НАП при наличии в зоне видимости не менее четырех навигационных спутников ГЛОНАСС. С помощью измерительного генератора имитировалось два вида помехового сигнала – гармоническая помеха и широкополосная шумовая помеха на частоте 1 602 МГц. Уровень помехового сигнала фиксировался в точке размещения антенных систем НАП с использованием анализатора спектра.

За критерий оценки помехоустойчивости при проведении испытаний принят уровень помехового сигнала, при котором отсутствует решение навигационной задачи не менее чем от четырех навигационных спутников в режимах слежения и захвата.

Так, в результате испытаний установлено, что отсутствует решение навигационной задачи при следующих отношениях сигнал/шум на входе НАП СРНС (см. таблицу).

Как показывают результаты исследований, существующие образцы НАП СРНС не работоспособны в предполагаемых условиях помеховой обстановки. Для повышения помехоустойчивости можно предложить следующий комплекс мер: использование дальномерных кодов повышенной точности; применение двух-

системной аппаратуры, работающей по сигналам всех поддиапазонов; комплексирование с автономными навигационными системами [3]; пространственная селекция [4]; фильтрация в частотной и/или во временной областях; поляризационная селекция.

Наиболее перспективными признаются методы борьбы с помехами на основе пространственной селекции, обеспечиваемой при помощи многоэлементных антенных решеток.

При воздействии помех, приходящих с направлений, отличных от направления приема навигационных сигналов, наиболее эффективной является пространственная обработка сигналов (ПОС), предполагающая использование фазированной антенной решетки (ФАР), служащей датчиком пространственных различий приходящих сигналов. Используя эти различия, ПОС способна обеспечить подавление помех на 30–40 дБ [1].

В пространственной интерпретации подавление помех ПОС сводится к адаптивному формированию нулей диаграммы направленности (ДН) ФАР на источник помехи. Принцип работы системы ПОС иллюстрируется на рис. 1, на котором в разных точках компенсатора помех представлены сигналы и помехи на комплексной плоскости.

На рис. 1 показано, что на входе антенны помехи Π_1, Π_2 существенно превосходят полезные сигналы C_1, C_2 по мощности. Умножение на комплексный вектор β , сформированный в блоке адаптации, приводит к повороту вектора помехи Π_1 и выравниванию его величины с Π_2 для обеспечения их компенсации при суммировании. На выходе компенсатора мощность полезного сигнала существенно превосходит мощность помехи.

Управление адаптивной ФАР осуществляется при помощи электронного блока управления путем изменения весовых коэффициентов, на которые умножаются выходные сигналы антенн. При этом возможное количество формирования нулей диаграммы направленности на один меньше, чем количество элементов ФАР. Стоит заметить, что подобный компенсатор помех подавляет помеху, а усиления полезного сигнала не происходит. Реализуемая таким образом ФАР с цифровым формированием ДН обеспечивает формирование ДН с нулями в направлении помехи и максимумами в направлении навигационных космических аппаратов (НКА). Поскольку весовые коэффициенты для формирования ДН формируются в программной части, имеется возможность применения различных алгоритмов формирования коэффициентов и, соответственно, ДН, в зависимости от поставленной задачи и условий функционирования.

Отношение сигнал/шум, при котором отсутствует решение навигационной задачи, дБ

Виды помехи	Режим работы НАП	Тип НАП СРНС				
		БРИЗ-КМ-И	МРК-32К	МРК-33	FAG-50	МРК-32Р
Гармоническая	слежение	-58	-57	-60	-57	-58
	захват	-43	-41	-45	-36	-46
Шумовая широкополосная	слежение	-47	-49	-46	-44	-48
	захват	-41	-42	-45	-43	-48

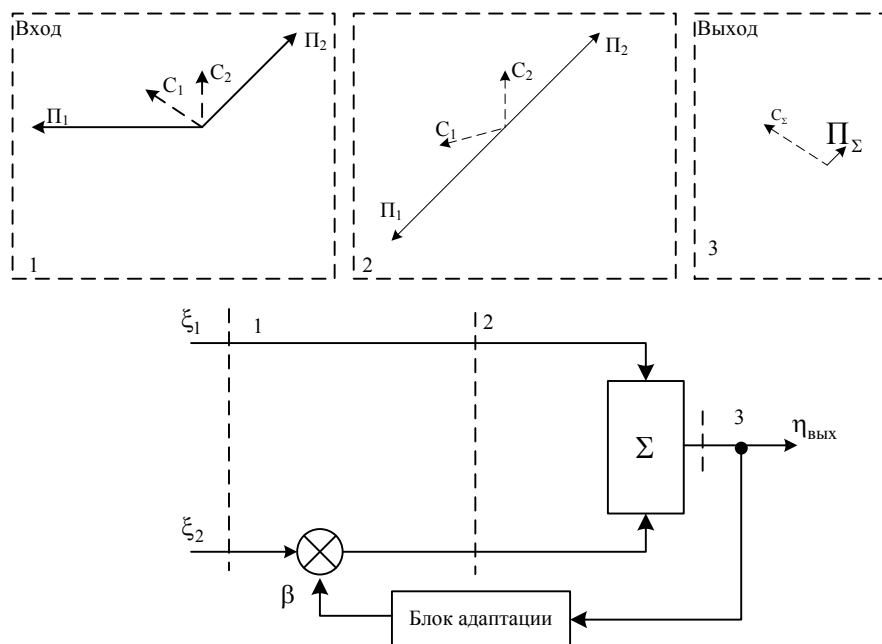


Рис. 1. Пространственная обработка сигнала

К настоящему времени с появлением и бурным развитием цифровой элементной базы (программируемых логических интегральных схем, сигнальных процессоров и др.) появилась реальная возможность создавать не только надежные, высокоточные, экономичные и малогабаритные цифровые эквиваленты существующих аналоговых систем защиты от помех, но и принципиально новые системы с теоретически существенно более высокой эффективностью. Такое использование постоянно растущих возможностей цифровой элементной базы наиболее оправданно и позволяет интегрировать адаптивную антенную систему как средство помехозащиты непосредственно в приемную аппаратуру спутниковой навигации, что позволит создать новое поколение помехозащищенных приемников спутниковой навигации, способных измерять пространственную ориентацию объектов. Представляется весьма перспективной задача построения угломерной системы с функциями пространственной селекции помех на основе одной и той же антенной системы. В то же время задачи, решаемые этими системами, существенно различаются. Для подавления помех сигналы со всех антенн подвергаются взвешенному суммированию и далее обрабатываются как единый сигнал, очищенный от помех. Для измерения пространственной ориентации требуется измерить фазовые сдвиги входного сигнала, принятые на различные антенны.

Одним из способов реализации помехоустойчивой угломерной системы является применение интерферометра, состоящего из отдельных идентичных антенных решеток. В каждой антенной решетке реализуется алгоритм подавления помех, а фазовые сдвиги для определения пространственной ориентации измеряются между сигналами, принятыми на эти решетки. Однако такой способ требует сложной антенной системы.

Другой способ – применение в угломерной системе для подавления помех (в качестве дополнительных каналов) каналов самой угломерной системы (рис. 2).

Дополнительные антенны используются для пространственной селекции помех в основных (измерительных) каналах интерферометра. Весовой обработке подвергаются сигналы только компенсационных (дополнительных) каналов. Тогда для такой модели можно записать выражение для весового вектора в измерительных каналах:

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} 1 \\ \mathbf{R}_{1k} \\ \vdots \\ \mathbf{R}_{nk} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ \mathbf{R}_k \end{bmatrix}, \quad (1)$$

где $\mathbf{R}_k^T = (\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2, \dots, \mathbf{R}_n)$ – вектор весовых коэффициентов компенсационных каналов.

Адаптивный процессор вычисляет значение весовых коэффициентов по алгоритму, приведенному ниже.

Сигнал на выходе адаптивной системы в каждом измерительном канале будет равен

$$y(t) = \mathbf{R}^T \mathbf{X} = \mathbf{X}^T \mathbf{R}, \quad (2)$$

где

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} X_0 \\ \mathbf{X}_{1k} \\ \vdots \\ \mathbf{X}_{nk} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_0 \\ \mathbf{X}_k \end{bmatrix}, \quad (3)$$

здесь \mathbf{X} – вектор сигналов на входе; X_0 – сигнал основного измерительного канала, \mathbf{X}_k – вектор сигналов компенсационных каналов.

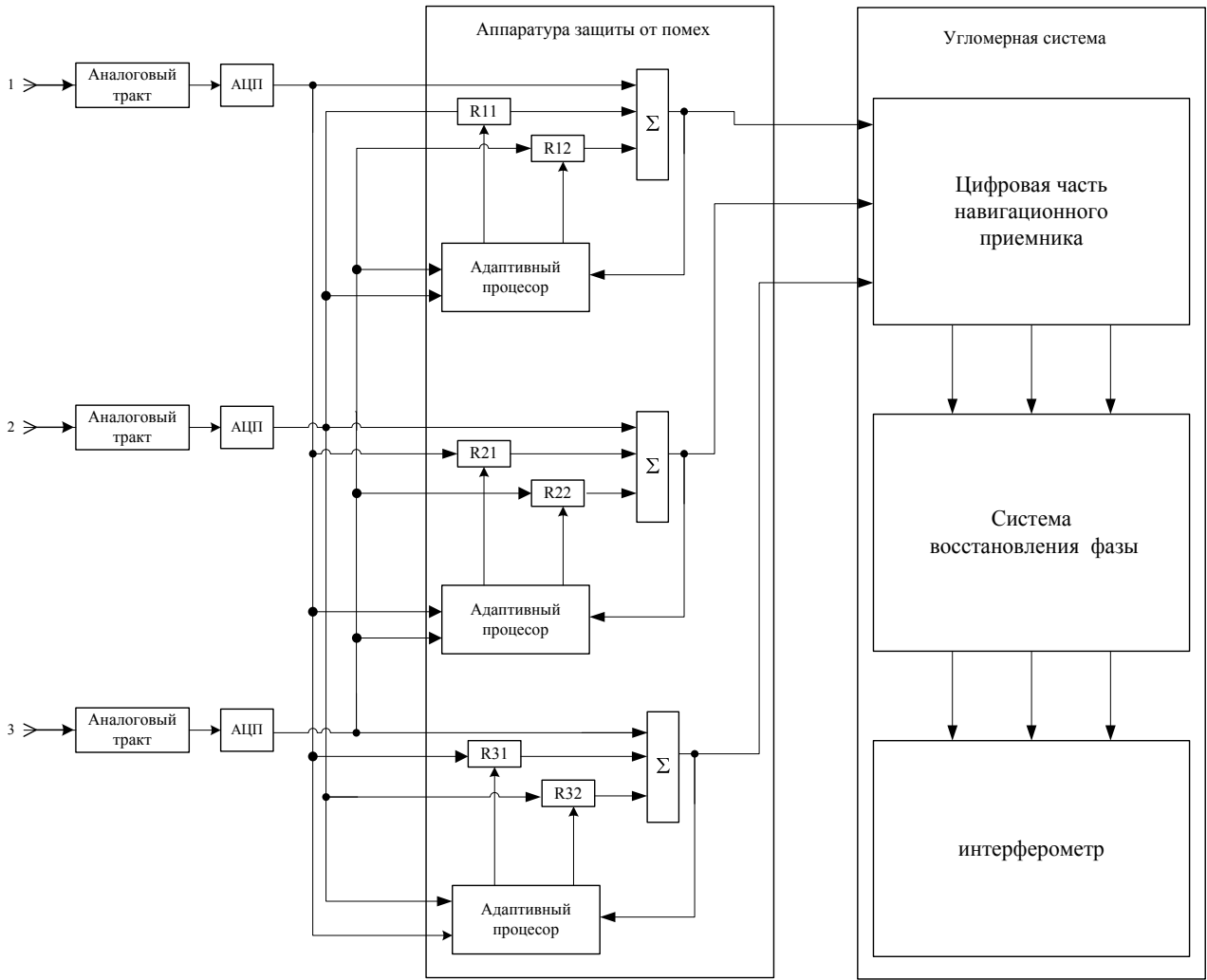


Рис. 2. Структурная схема системы компенсации активных помех в угломерной системе

Тогда выходной сигнал на выходе адаптивной системы в случае дискретной оценки будет определяться следующим выражением [6]:

$$\begin{cases} \dot{Y} = \dot{X}_0 + \dot{X}_k^{*T} \dot{R}_k, \\ \hat{\Phi}_{k(l+1)}^{-1} = \frac{l+1}{l} \left[\hat{\Phi}_{k(l)}^{-1} + \frac{\hat{\Phi}_{k(l)}^{-1} \dot{X}_{k(l+1)} \dot{X}_{k(l+1)}^{*T} \hat{\Phi}_{k(l)}^{-1}}{2l + \dot{X}_{k(l+1)}^{*T} \hat{\Phi}_{k(l)}^{-1} \dot{X}_{k(l+1)}} \right], \\ \dot{R}_{k(l+1)} = \frac{l+1}{l} \left[\dot{R}_{k(l)} + \frac{\hat{\Phi}_{k(l)}^{-1} \dot{X}_{k(l+1)} \dot{X}_{\Sigma l}^*}{2l + \dot{X}_{k(l+1)}^{*T} \hat{\Phi}_{k(l)}^{-1} \dot{X}_{k(l+1)}} \right], \end{cases} \quad (4)$$

где индекс l означает номер шага адаптации; $\hat{\Phi}_{k(l+1)}^{-1}$ – оценка корреляционной матрицы помех компенса-

ционных каналов на $l + 1$ шаге адаптации; $\dot{R}_{k(l+1)}$ – оценка весового вектора компенсационных каналов на $l + 1$ шаге адаптации.

Сечение вертикальной плоскостью диаграммы направленности по результатам моделирования после проведения адаптации плоскостью $Y = 0$, при действии двух постановщиков помех с угловых направлений $\beta = 0, \Theta = 40^\circ$ и $\beta = 0, \Theta = -70^\circ$ соответственно, представлено на рис. 3: в направлении постановщиков помех сформировались узкие провалы, достигающие $-(25-35)$ дБ.

Однако при подавлении помех изменяется фаза полезного сигнала, причем в разных антеннах интерферометра дополнительный фазовый сдвиг будет разным, в зависимости от взаимного расположения антенн и направления прихода помехи. В результате искажения фазовых сдвигов при подавлении помех информация о пространственной ориентации искажается, и измерения становятся невозможными.

Решить эту проблему можно путем коррекции измеренных фазовых сдвигов, используя информацию о параметрах системы подавления помех. Весовые

коэффициенты \dot{R}_{ik} , которые используются в системе подавления помех, известны, поэтому есть возможность восстановить исходные фазовые соотношения и таким образом измерить пространственную ориентацию. Сигналы, принятые от i -го НКА, на входе системы восстановления фазы в основных (измерительных) каналах интерферометра будут иметь вид

$$\begin{cases} \dot{S}_1 = \dot{Y}_1 + \dot{R}_{11}\dot{Y}_2 + \dot{R}_{12}\dot{Y}_3, \\ \dot{S}_2 = \dot{R}_{21}\dot{Y}_1 + \dot{Y}_2 + \dot{R}_{22}\dot{Y}_3, \\ \dot{S}_3 = \dot{R}_{31}\dot{Y}_1 + \dot{R}_{32}\dot{Y}_2 + \dot{Y}_3, \end{cases} \quad (5)$$

где \dot{S}_m – сигнал, принятый от i -го НКА в m -том канале интерферометра после проведения адаптации; \dot{Y}_m – сигнал, принятый от i -го НКА в m -том канале интерферометра до проведения адаптации.

Решая данную систему уравнений, можно определить \dot{Y}_m и тем самым измерить необходимые фазовые соотношения.

Результаты исследований показывают, что при соответствующей обработке фазовые соотношения между антеннами интерферометра восстанавливаются без каких-либо систематических ошибок. При этом ухудшение точности определения пространственной ориентации происходит только в присутствии помехи за счет увеличения шумовой составляющей по мощности в $(N-1)$ раз, где N – число антенн интерферометра.

Необходимое число антенн интерферометра определяется функциональным назначением, а именно: для определения пространственной ориентации необ-

ходимо как минимум 3 антенны. С другой стороны, для подавления m помех требуется $(m+1)$ антенн. Таким образом, минимальное число антенн равно трем, при этом можно подавить до двух помех. При увеличении требований числа подавляемых помех число антенн будет определяться этими требованиями. При этом все антенны можно использовать для определения пространственной ориентации. Формирование максимумов ДН в направлении на источник сигнала повышает отношение сигнал/помеха, что повышает помехоустойчивость, а общий рост чувствительности обеспечивает прием НКА в сложных условиях.

Многогранная раздельная обработка сигналов антенных модулей в цифровой части аппаратуры позволяет решать ряд дополнительных задач, например, определять направление прихода сигнала помехи [5], измерять пространственную ориентацию объекта.

Измерение пространственной ориентации объекта расширяет функциональные возможности НАП, позволяет выполнить наиболее эффективное комплексирование с автономной навигационной системой.

Возможность определения направления прихода помехи открывает возможность определения местоположения источника помехи с целью его ликвидации. Целесообразно возложить задачу определения направления прихода сигнала помехи непосредственно на НАП, подверженную влиянию помехи. В таком случае, при наличии в зоне действия источника помехи нескольких объектов, оснащенных такой НАП, разнесенных в пространстве и имеющих канал связи с каким-либо «базовым» объектом, определение местоположения источника помехи может осуществляться автоматически.

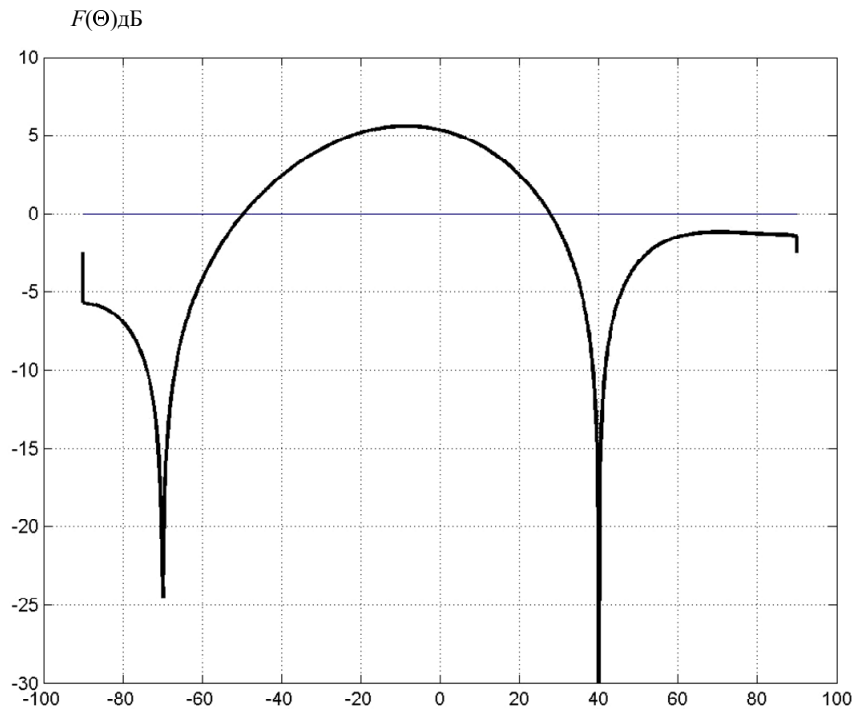


Рис. 3. Сечение диаграммы направленности плоскостью $Y = 0$

Рассмотренный выше вариант ФАР осуществляет решение одной задачи: обзор с заданным коэффициентом усиления (КУ) желаемых секторов пространства во всей верхней полусфере пространства. При этом КУ, по существу, должен принимать два значения: максимально возможное и нулевое.

В ФАР с формированием нулей в направлении помехи максимально возможное значение КУ определяется практически коэффициентом усиления одиночного облучателя, для слабонаправленной антенны, обеспечивающей обзор всего сектора углов верхней полусферы, $KU \approx 1 \dots 3$ дБ. Приближение к нулю значения КУ в нежелательных для обзора секторах пространства определяется параметрами фазирующих устройств и качеством работы адаптационного алгоритма, формирующего провал ДН в желаемом направлении. При этом качество «нуля» в среднем обеспечивается на уровне 30 дБ.

В ФАР с одновременным формированием нулей в направлении помех и лучей в направлении на НКА значение максимального коэффициента усиления, в первом приближении, можно определить как сумму КУ всех слабонаправленных антенных элементов, формирующих ФАР. При этом для обеспечения сканирования луча в широком диапазоне углов верхней полусферы в ФАР также используются слабонаправленные антенные элементы. Нетрудно заметить, что аналогичными свойствами дискретного установления КУ будет обладать ФАР с множеством направленных антенных элементов, каждый из которых «обозревает» свой сектор верхней полусферы. Требуемое число антенных элементов определяется из соотношения требуемого сектора рабочих углов ФАР и раскрыва ДН единичного антенного элемента. Понятно, что такие ФАР не могут быть реализованы на плоскости и располагаются на поверхности, близкой к полусферической. Максимальное значение КУ будет определяться КУ отдельного элемента и может быть достаточно большим (8...10). Реализация же нулевого значения обеспечивается простым отключением выбранного антенного элемента.

Необходимо отметить, что при кажущейся примитивности данный вариант имеет ряд преимуществ. В нем без сложных манипуляций по формированию лучей может быть повышена чувствительность (на 6...8 дБ), можно не обеспечивать широкий динамический диапазон аналогового тракта и аналогово-цифрового преобразователя, поскольку канал, пораженный помехой, попросту отключается. Блоки цифровой обработки сигналов, подключаемые к выходам антенных элементов, могут иметь меньшее число каналов, поскольку каждый антенный элемент наблюдает лишь ограниченный сектор пространства, в котором может находиться одновременно относительно небольшое число НКА. При этом вычислительный блок должен обрабатывать то же число НКА, что в обычной НАП. Дополнительным преимуществом данного варианта является отсутствие искажений ДН в рабочей зоне (там, где не воздействует помеха).

Это делает данную ФАР принципиально пригодной для проведения высокоточных фазовых измерений. Таким образом, вариант ФАР с направленными антенными элементами может быть достаточно просто реализован и при этом обеспечивать неплохие параметры помехоустойчивости.

Излучения антенных элементов частично перебиваются с целью обеспечения непрерывного сопровождения сигнала НКА. Это обстоятельство ухудшает качество подавления сигнала из требуемого сектора пространства, поскольку даже при отключении элемента, непосредственно ориентированного в сторону помехи, прием сигнала помехи производится соседними элементами с меньшим (но не нулевым) КУ. Для снятия остроты данной проблемы число излучателей должно быть достаточно большим.

Основным слабым местом данного варианта являются, безусловно, большие габаритные размеры. Антенные элементы принципиально располагаются на объемной полусферической поверхности, а кроме того, чтобы обеспечить требуемую направленность, антенный элемент также должен иметь значительные габариты. В то же время для объектов, для которых размеры антенной системы НАП не имеют решающего значения, данный вариант может рассматриваться в числе реальных.

Анализ потенциальной помехоустойчивости НАП СРНС и результатов экспериментальных исследований показывает, что помехоустойчивость современной НАП СРНС без принятия специальных мер составляет примерно 40 дБ. Наиболее перспективным путем повышения помехоустойчивости является применение ПОС с использованием ФАР. Но такие варианты ПОС, как с помощью адаптивной ФАР или антенного компенсатора помех, существенно увеличивают сложность и стоимость аппаратуры. Применение же ФАР, состоящей из достаточно большого количества направленных антенн, размещенных на полусферической поверхности, позволяет обойтись без сложных адаптивных алгоритмов формирования лучей ДН.

Библиографические ссылки

1. ГЛОНАСС. Принципы построения и функционирования / под ред. А. И. Перова, В. Н. Харисова. 4-е изд., перераб. и доп. М. : Радиотехника, 2010.
2. Дмитриев Д. Д. Исследование помехоустойчивости аппаратуры радионавигации // Современные проблемы развития науки, техники и образования : сб. науч. тр. / под науч. ред. М. А. Барышева, В. И. Кокорина. Красноярск : ИПК СФУ, 2009. С. 202–209.
3. Гарин Е. Н., Дмитриев Д. Д. Комплексирование средств спутниковых систем радионавигации с автономными навигационными системами // Современные проблемы радиоэлектроники : сб. науч. ст. / под ред. А. И. Громыко, А. В. Сарафанов; отв. за вып. В. В. Сухотин, С. И. Трегубов. Красноярск : ИПК СФУ, 2007. С. 166–169.
4. Дмитриев Д. Д., Кремез Н. С. Методы повышения помехозащищенности средств спутниковой радиона-

вигации // Современные проблемы радиоэлектроники : сб. науч. ст. / ред. А. И. Громыко, А. В. Сарафанов ; отв. за вып. В. В. Сухотин, С. И. Трегубов. Красноярск : ИПК СФУ, 2007. С. 185–188.

4. Brown A., Atterberg S., Gerein N. Detection and Location of GPS Interference Sources Using Digital Re-

ceiver Electronics // Proceedings of ION Annual Meeting. San Diego, CA. June, 2000.

5. Тяпкин В. Н., Лубкин И. А. Использование рекуррентных адаптивных алгоритмов для решения задачи подавления активно-шумовых помех в системах спутниковой связи // Вестник СибГАУ. 2010. Вып. 2(28). С. 39–43.

V. N. Tyapkin, D. D. Dmitriev, T. G. Moshkina

POTENTIAL INTERFERENCE IMMUNITY OF NAVIGATION EQUIPMENT OF CUSTOMERS OF SATELLITE RADIO NAVIGATIONAL SYSTEMS

Potential interference immunity of navigation equipment, of a customer of satellite radio navigational systems, is considered, results of experimental researches of interference immunity are presented. A variant of the phased antenna grid with directional antennas, is presented as well.

Keywords: navigation equipment of customers, satellite radio navigational systems, interference immunity.

© Тяпкин В. Н., Дмитриев Д. Д., Мошкина Т. Г., 2012

УДК 629.735.015

Н. У. Ушаков

ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ОБОСНОВАНИЕ АЛГОРИТМА ОПРЕДЕЛЕНИЯ МОМЕНТОВ ОТ ВРАЩАЮЩИХСЯ МАСС ВОЗДУШНОГО СУДНА

Дано теоретическое обоснование алгоритма оценки влияния момента от вращающихся масс воздушного судна (гироскопического момента и момента, вызванного изменением угловой скорости подвижных частей) на динамику движения. Рассмотрен общий случай ориентации вращающихся масс по отношению к связанной системе координат.

Ключевые слова: воздушное судно, вращающиеся массы, математическая модель, момент.

В математических моделях (ММ) динамики полета воздушного судна (ВС) моменты, (гироскопические моменты и моменты, зависящие от изменения угловой скорости подвижных частей), вызванные вращением с большой угловой скоростью подвижных частей двигателей, учитываются для поршневых однодвигательных ВС. Имеется полная ММ, описывающая вращательное движение системы «самолет + винт» [1]. В то же время в ММ многодвигательных ВС, в том числе магистральных ВС типа Ту-204, Ил-96-300 и др., упомянутые моменты, как правило, не учитываются [2; 3]. Общий подход к определению гироскопических моментов от вращающихся масс ВС рассмотрен в ряде работ [4–6]. Отметим, что вопросы движения космических аппаратов с учетом вращающихся масс детально разработаны в многочисленных публикациях, например в монографии Ю. П. Артюкина [7].

Настоящие результаты являются дальнейшим развитием исследований [8; 9].

Постановка задачи. Ставится задача теоретического обоснования математической модели динамики полета ВС, в которой будет учтен момент от вращающихся масс работающих двигателей. Затем на основании применения уточненной математической

модели предстоит количественная оценка влияния момента от вращающихся масс на динамику движения ВС относительно центра масс и в случае его существенного влияния выработка рекомендаций по управлению движением воздушного судна.

При решении задачи считаем, что угловая скорость вращения подвижной части двигателя Ω в общем случае величина переменная $\Omega = \Omega(t)$.

Математическая модель вращательного движения воздушного судна. Основное уравнение динамики движения объекта (твердого тела) относительно центра масс в общем случае имеет вид

$$J \cdot \frac{d\bar{\omega}}{dt} + \bar{\omega} \times J \cdot \bar{\omega} = \bar{M}, \quad (1)$$

где J – тензор инерции тела; $\bar{\omega}$ – вектор абсолютной угловой скорости вращения тела относительно инерциального пространства;

$\frac{d\bar{\omega}}{dt}$ – производная по времени вектора абсолютной угловой скорости; \bar{M} – вектор суммарного момента внешних сил, действующих на тело.